

67. ročník Matematickej olympiády, 2017/2018

Úlohy krajského kola kategórie C

1. Nájdite najmenšie prirodzené číslo končiace štvorčíslím 2018, ktoré je násobkom čísla 2017.
2. Pre celé čísla x, y, z platí $x^2 + y - z = 10$, $x^2 - y + z = 22$. Nájdite najmenšiu možnú hodnotu výrazu $x^2 + y^2 + z^2$.
3. Daný je trojuholník ABC . Nech P, Q sú postupne stredy strán AB, AC a nech R, S sú vnútorné body úsečky BC , pre ktoré $|BR| = |RS| = |SC|$. Označme T priesečník priamok PR a QS . Dokážte, že $ABTC$ je rovnobežník.
4. Určte najmenšie prirodzené číslo n , pre ktoré platí: Keď vyplníme štvorcovú tabuľku $n \times n$ ľubovoľnými navzájom rôznymi prirodzenými číslami, vždy sa nájde políčko s číslom, ktoré po delení tromi dáva rovnaký zvyšok ako iné číslo z toho istého riadka aj ako iné číslo z toho istého stĺpca.

Krajské kolo kategórie C sa koná

v utorok 10. apríla 2018

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018